

BIOSTATISTICS

UNIT II

MODE - (முதல்)

DR.S.ARULJOTHISELVI
ASSISTANT PROFESSOR
DEPARTMENT OF ZOOLOGY
PERIYAR GOVERNMENT ARTS COLLEGE
10.09.2020

முகடு (Mode)

ஓர் பரவலில் எந்த மதிப்பு அதிக முறை வருகிறதோ, அம்மதிப்பே முகட்டைக் குறிக்கும். எந்த மதிப்பைச் சுற்றி ஏனைய மதிப்புகள் அனைத்தும் அடர்ந்திருக்கின்றனவோ அம்மதிப்பே **முகடு** எனப்படும்.

கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடனின் வரையறைப்படி, எல்லா மதிப்புகளும் ஒரு மதிப்பைச் சுற்றி மிகவும் அடர்ந்திருக்குமே யானால் அந்த மதிப்பே ஒரு பரவலின் முகட்டு மதிப்பாகும். இதுவே தொடரில் உள்ள மதிப்புகளில் முக்கிய மதிப்பாக கருதப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளைச் சுற்றி அலைவெண்கள் அதன் மையப்பகுதியில் அடர்ந்திருக்கின்றன என்பதை இது காட்டுகிறது. ஆகையால் அதிக அடர்வு உடைய புள்ளியைக் காண இவற்றை பயன்படுத்துகிறோம். எனவே இது இடக்குறியிட்ட அளவை ஆகும்.

சந்தை ஆய்வுகளின் போது ஒரு மேலாளர் பொருட்களின் எந்த அளவு அதிக அடர்வுள்ளதாக உள்ளது என்பதை அறிய முகட்டைப் பயன்படுத்துகிறார். எடுத்துக்காட்டாக பாதணிகள், மற்றும் ஆயத்த ஆடைகளைத் தயாரிக்கும் போது முகட்டளவு மற்றும் அதனை ஒட்டிய அளவுகளும் பெரிதும் தேவைப்படுகிறது.

Mode

Mode is the value of the variable which occurs most frequently in a distribution.

The value which occurs many times in the table is the mode.

It is represented by the letter M_o .

Mode is an average. It is a positional average. It is a measure of central value.

*When a data has one concentration of frequency, it is called **unimodal**. When it has two concentrations, it is called **biimodal**. When it has 3 concentrations of frequency, it is called **trimodal**.*

*Mode can be calculated for **ungrouped data** and **grouped data**.*

Mode can be calculated for *ungrouped data* and *grouped data*.

To find out mode of an ungrouped data, the values are arranged in an ascending order. The value which occurs maximum number of times is the mode.

18, 21, 23, 23, 25, 25, 25, 27, 29, 29.

In the above data, 25 occurs maximum number of times.
So 25 is the *mode*.

The mode of a *discrete distribution* is the value of the variable which shows maximum frequency.

<i>No. of Count trees</i>	10	11	12	13	14	15	16
<i>No of coconuts (Frequency)</i>	8	4	12	24	26	7	11

In the above table, **14** is the mode because the values are maximum here.

Problem 1 : Find the mode from the following data showing weight of fishes:

<i>Number of fishes</i>	10	14	11	12	13	15	14
-------------------------	----	----	----	----	----	----	----

1. It is an ungrouped data.
2. Arrange in an ascending order.

10	11	12	13	14	14	14	15
----	----	----	----	----	----	----	----

3. The value 14 is repeated 3 times So, 14 is the mode.

Problem 2 : Find the mode from the following data showing weight of fishes.

<i>Weight of fishes in gms</i>	18	19	20	21	22	23
<i>Number of fishes</i>	30	35	28	26	24	25

1. It is a grouped data without class interval.
2. The mode is fixed by inspection.
3. There is a maximum number of 35 fishes with the weight 19 gms. Therefore 19 gms is the mode.

Problem 3 : Calculate mode for the following data:

Weight of fishes	0 -10	10-20	20-30	30-40	40 -50	50-60
No. of fishes	2	3	6	4	1	2

1. It is a grouped data with class interval.
2. The class containing the highest frequency is the *modal class*. Here the modal class is 20 - 30.
3. Apply the formula.

$$\text{Mode} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \times C$$

L = Lower limit of the modal class = 20

Δ_1 = The difference between the frequency of the modal class (f_1) and the frequency of preceding modal class (f_0); $\Delta_1 = f_1 - f_0$.

Δ_2 = The difference between the frequency of the modal class (f_1) and the frequency of the succeeding modal class (f_2); $\Delta_2 = f_1 - f_2$.

C = Class interval of the modal class = 10

f_1 = Frequency of modal class = 6

f_0 = Frequency of preceding modal class = 3

f_2 = Frequency of succeeding modal class = 4

Weight	Number
0 - 10	2
Preceding class → 10- 20	3 → f_0
Modal class → 20- 30	⑥ → f_1
Succeeding class → 30- 40	4 → f_2
40- 50	1
50- 60	2

Weight	Number
0 - 10	2
Preceding class → 10- 20	3 → f ₀
Modal class → 20- 30	6 → f ₁
Succeeding class → 30- 40	4 → f ₂
40- 50	1
50- 60	2

$$\text{Mode} = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \times C$$

$$\text{Mode} = 20 + \left(\frac{6-3}{6-3 + 6-4} \right) \times 10$$

$$= 20 + \left(\frac{3}{3+2} \right) \times 10$$

$$= 20 + \left(\frac{3}{5} \right) \times 10$$

$$= 20 + (0.6 \times 10)$$

$$= 20+6$$

Answer: Mode = 26 gms.

Merits of Mode

1. Mode can be easily found out.
2. No calculation is needed.
3. It is not affected by extreme values.
4. It can be calculated graphically.

Demerits of Mode

1. It is not clearly defined.
2. It is not based on all observations.
3. It is not reliable.
4. It is not used for further statistical calculation.

முகட்டைக் கணித்தல்

செப்பனிடா விவரங்கள் அல்லது தொகுக்கப்படா விவரங்கள்

ஒரு தொடரில் உள்ள தனிப்பட்ட மதிப்புகள் அல்லது தொகுக்கப்படா விவரங்களின் முகட்டை ஆய்வின் மூலம் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு

2, 7, 10, 15, 10, 17, 8, 10, 2

முகடு = $M_0 = 10$

சில இடங்களில் முகட்டைக் காண இயலாது. ஒரு சில இடங்களில் ஒன்று, அதற்கு மேற்பட்ட முகட்டைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு

12, 10, 15, 24, 30 (முகடு இல்லை)

7, 10, 15, 12, 7, 14, 24, 10, 7, 20, 10

முகட்டின் மதிப்புகள் 7 மற்றும் 10

தொகுக்கப்பட்ட விவரங்கள்

தொகுக்கப்பட்ட விவரத்தில் முகடு என்பது மிக உயர்ந்த நிகழ்வெண்ணை ஒத்த Xன் மதிப்பு ஆகும்.

கூடு:

ஒரு தனித் தொகுதியில் எந்த மதிப்பானது மிகவும் அதிகத் தடவை இடம் பெற்றிருக்கின்றதோ அதுவே முகடு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, 5, 9, 12, 10, 6, 8, 12, 10, 4, 12, 15 ஆகிய உறுப்புக்களைக் கொண்ட தொகுதியில் '12' என்ற எண் மிகவும் அதிகத்தடவை (3) முறை இடம் பெற்றுள்ளது. ஆதலால் முகடு 12 ஆகும்.

ஒரு பரவலின் எந்த மதிப்பானது மிகவும் அதிக அலைவெண்ணைக் கொண்டிருக்கின்றதோ அந்த மதிப்பு முகடு ஆகும்.

X	25	30	33	35	40	45	50
f	5	10	12	18	6	3	1

மேற்காணும் பரவலில் '35' என்ற மதிப்பு மிகவும் அதிகமான அலைவெண்ணைப் (18) பெற்றிருக்கிறது. ஆதலால் அது முகடு ஆகும்.

1. தனித்தொகுதியில் முகடு கணக்கிடுதல்:

எந்த மதிப்பு அதிக முறை திரும்பத்திரும்ப வந்திருக்கின்றது எனப் பார்க்க வேண்டும். அதுவே முகடு ஆகும்.

மாதிரி: 1 ஒரு வகுப்பில் 12 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. முகடு காண்க: 50, 60, 45, 30, 80, 45, 30, 85, 65, 45, 35, 70.

தீர்வு: இங்கு '45' என்ற மதிப்பெண் அதிகமுறை இடம் பெற்றுள்ளது. ஆதலால் முகடு = 45

ஒரு அலைவெண் பரவல் வளைகோட்டில் மிகவும் உச்சியில் அமைந்துள்ள மாறியின் மதிப்பு முகடு ஆகும். இதனைக் கீழ்க் காணும் படம் விளக்கும்.

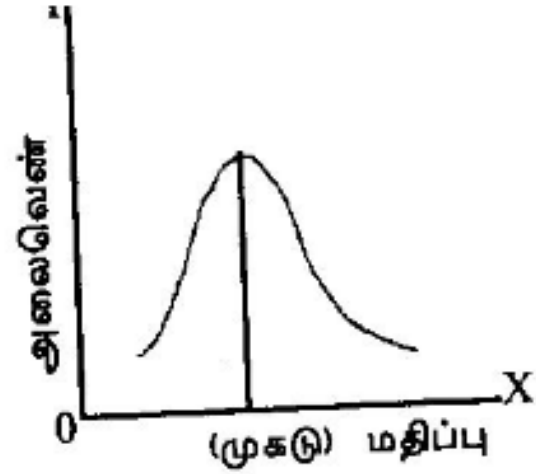
சில முக்கிய குறிப்புகள்:

1. பொதுவாக முகட்டினை 'Z' என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்.

2. ஒரு தொகுதியில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட தடவைகள் எந்த எண்ணும் மீண்டும் மீண்டும் வரவில்லை எனில் அந்தத் தொகுதிக்கு முகடு இல்லை.

3. ஒரு தொகுதியில் இரண்டு உறுப்புக்கள் மீண்டும் மீண்டும் அதே தடவைகள் இடம் பெற்றிருந்தால் அத்தொகுதிக்கு இரண்டு முகடுகள் (Bimodal) உள்ளன என்போம்.

4. ஒரு தொகுதியில் மூன்று உறுப்புக்கள் மிகவும் அதிகம் முறை ஒரே அளவில் இடம் பெற்றிருந்தால் அத்தொகுதிக்கு மூன்று முகடுகள் (trimodal) உள்ளன என்போம்.



2. தொடர்ச்சியற்ற தொகுதிகளில் முகடு காணாதல்:

எந்த மதிப்பு மிகப் பெரிய அலைவெண்களைப் பெற்றுள்ளதோ அந்த மதிப்பு முகடு ஆகும்.

மாதிரி: 2 கிழ்வரும் விவரங்களிலிருந்து முகடு காண்க.

ஷுக்களின் அளவு(அங்)	4	5	6	7	8	9	10	11
விற்பனை அளவு	20	30	35	40	50	28	20	10

தீர்வு: '8' அங்குலம் என்ற மதிப்பு மிகப் பெரிய அலை வெண்ணைப் பெற்றுள்ளது. ஆதலால் முகடு = 8 அங்குலம்

3. தொடர்ச்சியற்ற தொகுதியில் முகடு மதிப்பிற்குரிய அலைவெண்ணுக்கும் அதற்கு அருகில் அமைந்த அலைவெண் கூடுக்கும் அதிக வேறுபாடு இல்லாதபோது முகடு காணாதல்.

சில வேளைகளில் முகடு மதிப்பினுக்கு முன்னும் பின்னும் அமைந்த மதிப்புக்களின் அலைவெண்களுக்கும், முகடு மதிப்பின் அலைவெண்களுக்கும் இடையில் அதிக வேறுபாடுகள் இல்லாமல் இருக்கலாம். இதனை முகட்டினை ஒட்டி அலைவெண்கள் அடர்ந்துள்ளன என்போம். இவ்வேளைகளில் பார்த்தமாத்திரத்தில், மிகவும் கூடுதல் அலைவெண்ணைப் பெற்றது தான் 'முகடு' என்று கூறமுடியாது. பிரிவுபடுத்தும் அட்டவணை (Grouping Table) ஆய்வு அட்டவணை (Analysis Table) ஆகிய அட்டவணைகளைப்

பயன்படுத்தி முகடு கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதனைக் கீழ்வரும் மாதிரி விளக்கும்.

கீழ்வரும் விவரங்களில் 100 மாணவர்களின் உயரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. முகடு உயரத்தைக் காண்க.

உயரங்கள் (அங்கு லத்தில்)	58	60	62	63	64	65	66	68	70	72
மாணவர் களின் எண் ணிக்கை	2	4	6	12	20	22	24	6	3	1

சொல்புறமை:

முதலில் பிரிவுபடுத்தும் அட்டவணையை ஆறு காலங்கள் (Columns) இருக்குமாறு வரைய வேண்டும். பிரிவுபடுத்தும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட மாறிகளை எழுதிக்கொண்டு, அதனை அடுத்த முதல் காலத்தில் (1 Column) கொடுக்கப்பட்ட அலைவெண்களை வரைய வேண்டும். அதில் உள்ள மிகப் பெரிய அலைவெண்ணை வட்டமிட்டுக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

இரண்டாவது காலத்தில் அலைவெண்களை இரண்டு இரண்டாகக் கூட்டி எழுத வேண்டும். அதில் உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணை வட்டமிட்டுக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

மூன்றாவது காலத்தில், முதல் காலத்திலுள்ள முதல் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு இரண்டு இரண்டாகக் கூட்டி எழுதி மிகப் பெரிய எண்ணை வட்டமிட்டுக் குறிக்க வேண்டும்.

நான்காவது காலத்தில் அலைவெண்களை மூன்று மூன்றாகக் கூட்டி, எழுதி, மிகப் பெரிய எண்ணை வட்டமிட்டுக் குறிக்க வேண்டும்.

ஐந்தாவது காலத்தில் முதல் அலைவெண்ணை விட்டு விட்டு மூன்று மூன்றாகக் கூட்டி எழுதி, மிகப் பெரிய எண்ணை வட்டமிட்டுக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும்.

ஆறாவது காலத்தில் முதல் இரண்டு அலைவெண்களை விட்டுவிட்டு, மூன்று மூன்றாகக் கூட்டி எழுதி மிகப் பெரிய எண்ணை

வட்டமிட்டுக் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

பிறகு ஆய்வு அட்டவணையை வரைய வேண்டும். ஆய்வுபடுத்தும் அட்டவணையில், பிரிவுபடுத்தும் அட்டவணையில் குறிக்கப் பெற்ற ஆறு காலங்களையும் இடது புறத்தில் எழுதிக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு மதிப்புக்களையும் (Variables) ஒவ்வொரு காலத்தில் (Columns) பிரித்து எழுதிக்கொள்ள வேண்டும். பின் பிரிவுபடுத்தும் அட்டவணையில் வட்டமிட்டுக் காட்டப் பெற்றிருக்கும் எண்கள் எந்தெந்த மதிப்புக்களுக்கூரிய அலைவெண்களின் கூடுதல் என்பதை அறிந்து அந்தந்த மதிப்புக்களுக்கு நேர் கிழே '1' அடையாளக் குறிபோட வேண்டும். இப்படி எந்த மதிப்புக்கு மிகவும் அதிகமான அடையாளக் குறிகிடைத்துள்ளதே அந்த மதிப்பு முகடு

உயரம் (அங்கு லத்தில்)	I (f)	II	III	IV	V	VI
58	2	}	}	}	}	}
60	4					
62	6	}	}	}	}	}
63	12					
64	20	}	}	}	}	}
65	22					
66	(24)	}	}	}	}	}
68	6					
70	3					
72	1				10	

ஆய்வு அட்டவணை

காலங்களின் எண்	உயரம் (அங்குலத்தில்)									
	58	60	62	63	64	65	66	68	70	72
I										
II										
III										
IV										
V										
VI										
மொத்தம்				1	3	5	4	1		

ஆகும்.

இங்கு '65' என்ற மதிப்பு ஆய்வு அட்டவணையில் அதிக அளவு (5) அடையாளக் குறி பெற்றுள்ளது. (அதாவது '65' என்ற மதிப்பு ஆய்வு அட்டவணையில் அதிக முறை இடம் பெற்றுள்ளது) எனவே முகடு = 65 அங்குலம்.

தொடர்ந்த தொகுதியில் முகடு காணாதல்

தொடர்ந்த தொகுதியில் நாம் நேரடியாகப் பார்த்த மாத்திரத்தில் முகட்டின் மதிப்பினைக் கூறமுடியாது. முகடுப் பிரிவைத்தான் (Modal Class) கூற முடியும். எந்த பிரிவுக்கு மிகவும் அதிக அலைவெண் உள்ளதோ அந்தப் பிரிவே முகடுப்பிரிவாகும். முகடுப் பிரிவைக் கண்டுபிடித்தபின் கீழ்காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி முகட்டின் மதிப்பைக் காண வேண்டும்.

தொடர்ச்சியான பரவல்

மிக உயர்ந்த நிகழ்வெண்ணிற்கு எதிரே உள்ள பிரிவு இடைவெளி முகட்டுப் பிரிவு எனப்படும்.

பிறகு வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி முகட்டை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$\text{முகட்டு} = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

$$\Delta_1 = f_1 - f_0$$

$$\Delta_2 = f_1 - f_2$$

l = முகட்டுப் பிரிவின் கீழ் எல்லை

f_1 = முகட்டுப்பிரிவின் நிகழ்வெண்

f_0 = முகட்டுப்பிரிவின் முந்தைய நிகழ்வெண்

f_2 = முகட்டுப்பிரிவின் அடுத்த நிகழ்வெண்

C = முகட்டுப்பிரிவின் பிரிவுத் தூரம்

எடுத்துக்காட்டு

கீழ்க்கண்ட அலைவெண் பரவலுக்கு முகட்டைக் கணக்கிடுக.

$$l = 200, f_1 = 150, f_0 = 91, f_2 = 87, C = 50$$

$$\Delta_1 = f_1 - f_0 \quad 150 - 91 = 59$$

$$\Delta_2 = f_1 - f_2 \quad 150 - 87 = 63$$

$$C = 50$$

பிரிவு இடைவெளி	அலைவெண்
0-50	5
50-100	14
100-150	40
150-200	91
200-250	150

250-300	87
300-350	60
350-400	38
400 and above	15

தீர்வு உயர்ந்த நிகழ்வெண் 150 அதற்கு ஒத்த பிரிவு இடைவெளி 200-250. அதுவே முகட்டு பிரிவாகும். இதில்

$$l = 200, f_1 = 150, f_0 = 91, f_2 = 87, C = 50$$

$$\Delta_1 = f_1 - f_0 \quad 150 - 91 = 59$$

$$\Delta_2 = f_1 - f_2 \quad 150 - 87 = 63$$

$$C = 50$$

$$\text{முகட்டு} = M_0 = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times c$$

$$= 200 + \frac{59}{59 + 63} \times 50$$

$$= 200 + \frac{2950}{122}$$

$$= 200 + 24.18$$

$$= 224.18$$

5. வரைபடம் மூலம் முகடு காணுதல்:

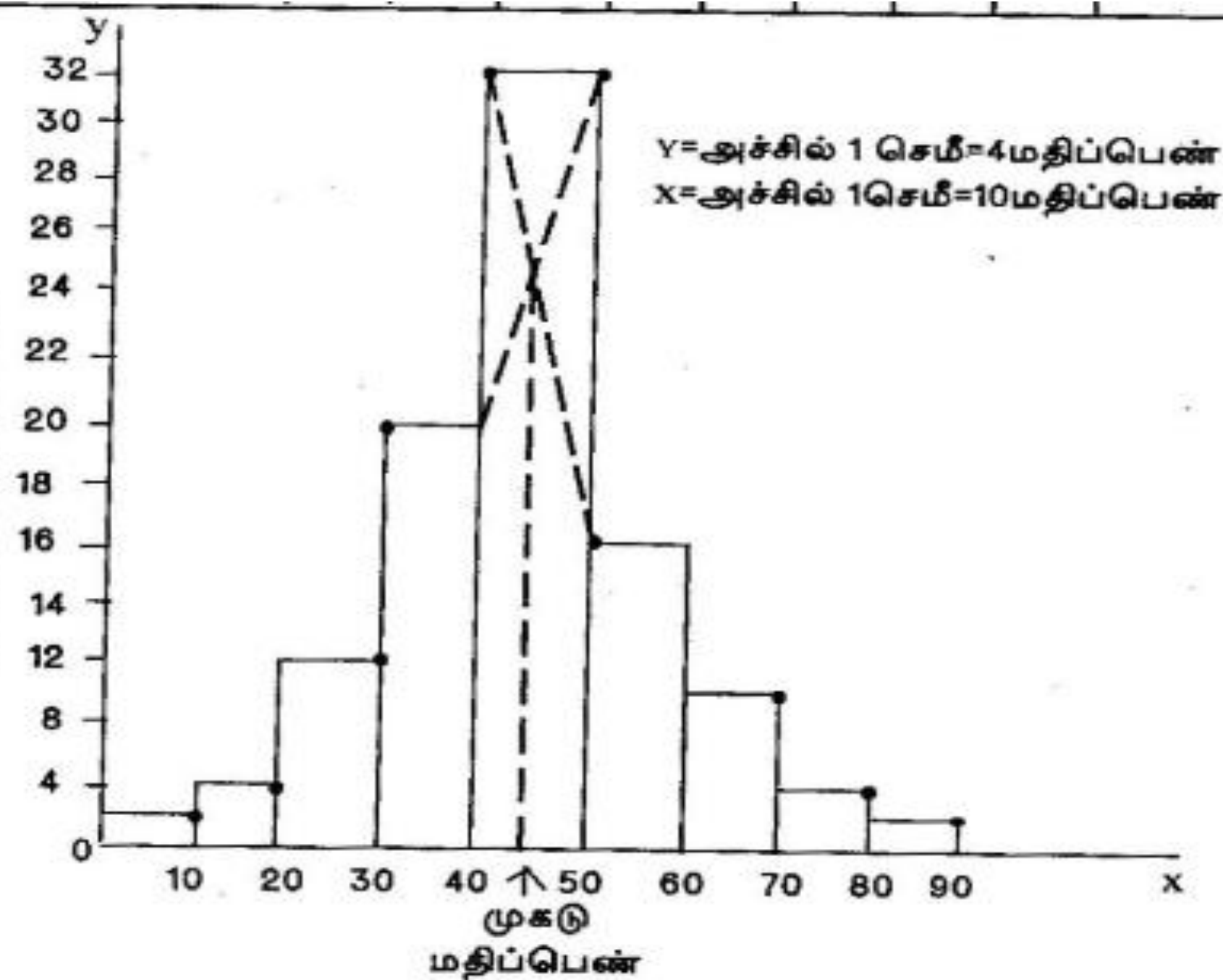
வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் இடைநிலையின் மதிப்பினைக் கண்டோம். அதேபோன்று முகட்டின் மதிப்பினையும் வரைபடம் மூலம் கண்டறிய முடியும். எவ்வாறு வரைபடம் மூலம் முகட்டின் மதிப்பினைக் காணமுடியும் என்பதைக் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டு விளக்கும்.

மாதிரி: 5

பின்வரும் விவரங்களுக்கு வரைபடம் மூலம் முகடைக் காண்க.

மதிப்பெண்கள்	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80	80 - 90
மாணவர்கள் எண்ணிக்கை	2	4	12	20	32	16	10	4	2

நபர்களின் எண்ணிக்கை



செய்முறை: X - அச்சில் மதிப்பெண்களையும்; y - அச்சில் மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகளையும் தக்க அளவெடுத்துக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட பரவலுக்குத் தகுந்த அலைவெண் செவ்வகப்படம் (Histogram) வரைய வேண்டும். அப்படத்திலுள்ள மிகவும் உயரமான செவ்வகப்பட்டையின் உச்சியிலுள்ள இரண்டு மூலைகளையும் அடுத்தடுத்த பட்டைகளின் மூலையோடு கீழ்காணும் படத்தில் காட்டியபடி இரண்டு நேர்கோடுகளால் இணைக்க வேண்டும். அவ்விரு நேர்கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளியிலிருந்து X - அச்சுக்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். அக்கோடு X - அச்சை வெட்டும் புள்ளியே முகடு ஆகும்.

.. முகட்டின் சிறப்புக்களும் குறைபாடுகளும்

சிறப்புக்கள்:

1. இதனைக் கணக்கிடுவதும் புரிந்து கொள்வதும் மிகவும் எளிது. தனித்த மற்றும் தொடர்ச்சியற்ற தொகுதிகளில் பார்த்த மாத்திரத்தில் கண்டு பிடித்து விடலாம்.

2. முகடு தனித்த மற்றும் தொடர்ச்சியற்ற தொகுதிகளிலுள்ள உறுப்புக்களில் (மதிப்புக்களில்) ஒன்றாகவே இருக்கின்றது.

3. வியாபாரத் துறையில் முக்கிய இடம் வகிக்கும் சராசரி முகடு ஆகும்.

4. அதிக அளவு உறுப்புக்களைக் கொண்ட ஒரு தொகுதியின் மையநிலைப் போக்கினை அளவிட மிகவும் பிரதிநிதித்துவம் வாய்ந்த சராசரியாக முகடு விளங்குகின்றது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பெரிய தொழிற்சாலையில் பணிபுரியும் தொழிலாளர்களின் முகடு ஊதியம் ரூ.450 எனில் அங்குள்ள பெரும்பான்மையான தொழிலாளர்கள் ரூ.450 பெறுகின்றனர் என்ற செய்தியினை நாம் அறிகின்றோம்.

5. இது மிகப் பெரிய மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்புக்களால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

குறையாடுகள்:

1. சில தொகுதிகளில் முகடு இருக்காது; அல்லது ஒன்றிற்கு மேற்பட்டும் அமைந்து உள்ளது. அப்போது முகட்டின் சரியான மதிப்பினை அறிய முடியாது.

2. தொகுதியின் அனைத்து உறுப்புக்களின் அடிப்படையிலும் இது கணக்கிடப்படுவதில்லை. அலைவெண்கள் செறிந்த பகுதிகளுக்கு மட்டும் அதிக முக்கியத்துவம் கொடுத்து பிறபகுதிகளை முகடு புறக்கணிக்கிறது.

3. மிகவும் கோட்டமுடைய பரவலில் முகடு திருப்திகரமான சரியான பிரதிநிதித்துவம் வாய்ந்த சராசரியாக இராது.

4. இது மென்மேலும் கணிதமுறைக்குப் பயன்படாது.

5. முகட்டினைக் காண்பதற்குப் பல்வேறு வேறுபட்ட சூத்திரங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. ஆதலால் இது மற்ற சராசரிகளைப் போல திட்டவாட்டமாக வரையறுக்கப்பட்டது அல்ல.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 60 மாணவர்கள் எடுத்த

மதிப்பெண்	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	8	14	20	8	5	2

மதிப்பெண்களின் விபரம் தரப்பட்டுள்ளது. முகடு மதிப்பெண் காண்க.